

10 (базовый уровень, время – 4 мин)

Тема: Кодирование данных, комбинаторика, системы счисления.

Что нужно знать:

- русский алфавит
- если слово состоит из L букв, причем есть n_1 вариантов выбора первой буквы, n_2 вариантов выбора второй буквы и т.д., то число возможных слов вычисляется как произведение

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_L$$
- если слово состоит из L букв, причем каждая буква может быть выбрана n способами, то число возможных слов вычисляется как $N = n^L$

Пример задания:

Р-07. *Вася составляет 3-буквенные слова, в которых есть только буквы В, Е, С, Н, А, причём буква А используется в каждом слове хотя бы 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?*

Решение:

- 1) буква А может стоять на одном из трёх мест: A^{**} , $*A^*$, $**A$, где * обозначает любой из пяти символов
- 2) в каждом случае в остальных двух позициях может быть любая из пяти букв
- 3) для шаблона A^{**} получаем (перемножая количество вариантов для каждой позиции) $1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$ слов
- 4) для шаблона $*A^*$ тоже получим 25 слов, но нужно учесть, что все слова, в которых первая буква А мы уже подсчитали, поэтому считаем только слова, где на первом месте стоит какая-то другая буква (В, Е, С или Н)
- 5) отсюда находим, что шаблон $*A^*$ добавляет $4 \cdot 1 \cdot 5 = 20$ новых слов
- 6) рассматривая шаблон $**A$, не учитываем уже подсчитанные слова, в которых буква А есть на первом или втором местах, количество новых слов – $4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$
- 7) всего получается $25 + 20 + 16 = 61$ слово
- 8) Ответ: **61**.

Ещё пример задания:

Р-06. *Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы С, Л, О, Н, причём буква С используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?*

Решение:

- 1) буква С может стоять на одном из пяти мест: C^{****} , $*C^{***}$, $**C^{**}$, $***C^*$ и $****C$, где * обозначает любой из оставшихся трёх символов
- 2) в каждом случае в остальных четырёх позициях может быть любая из трёх букв Л, О, Н, поэтому при заданном расположении буквы С имеем $3^4 = 81$ вариант
- 3) всего вариантов $5 \cdot 81 = 405$.
- 4) Ответ: **405**.

Ещё пример задания:

Р-05. Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите {А, С, G, Т}, которые содержат ровно две буквы А?

Решение (перебор):

- 1) рассмотрим различные варианты слов из 5 букв, которые содержат две буквы А и начинаются с А:

АА*** А*А** А**А* А***А

Здесь звёздочка обозначает любой символ из набора {С, G, Т}, то есть один из трёх символов.

- 2) итак, в каждом шаблоне есть 3 позиции, каждую из которых можно заполнить тремя способами, поэтому общее число комбинаций (для каждого шаблона!) равно $3^3 = 27$
- 3) всего 4 шаблона, они дают $4 \cdot 27 = 108$ комбинаций
- 4) теперь рассматриваем шаблоны, где первая по счёту буква А стоит на второй позиции, их всего три:

*АА** *А*А* *А**А

они дают $3 \cdot 27 = 81$ комбинацию

- 5) два шаблона, где первая по счёту буква А стоит на третьей позиции:

**АА* **А*А

они дают $2 \cdot 27 = 54$ комбинации

- 6) и один шаблон, где сочетание АА стоит в конце

***АА

они дают 27 комбинаций

- 7) всего получаем $(4 + 3 + 2 + 1) \cdot 27 = 270$ комбинаций
- 8) ответ: 270.

Ещё пример задания:

Р-04. Сколько слов длины 5, начинающихся с гласной буквы, можно составить из букв Е, Г, Э? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

Решение:

- 1) первая буква слова может быть выбрана двумя способами (Е или Э), остальные – тремя
- 2) общее число различных слов равно $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 162$
- 3) ответ: 162.