

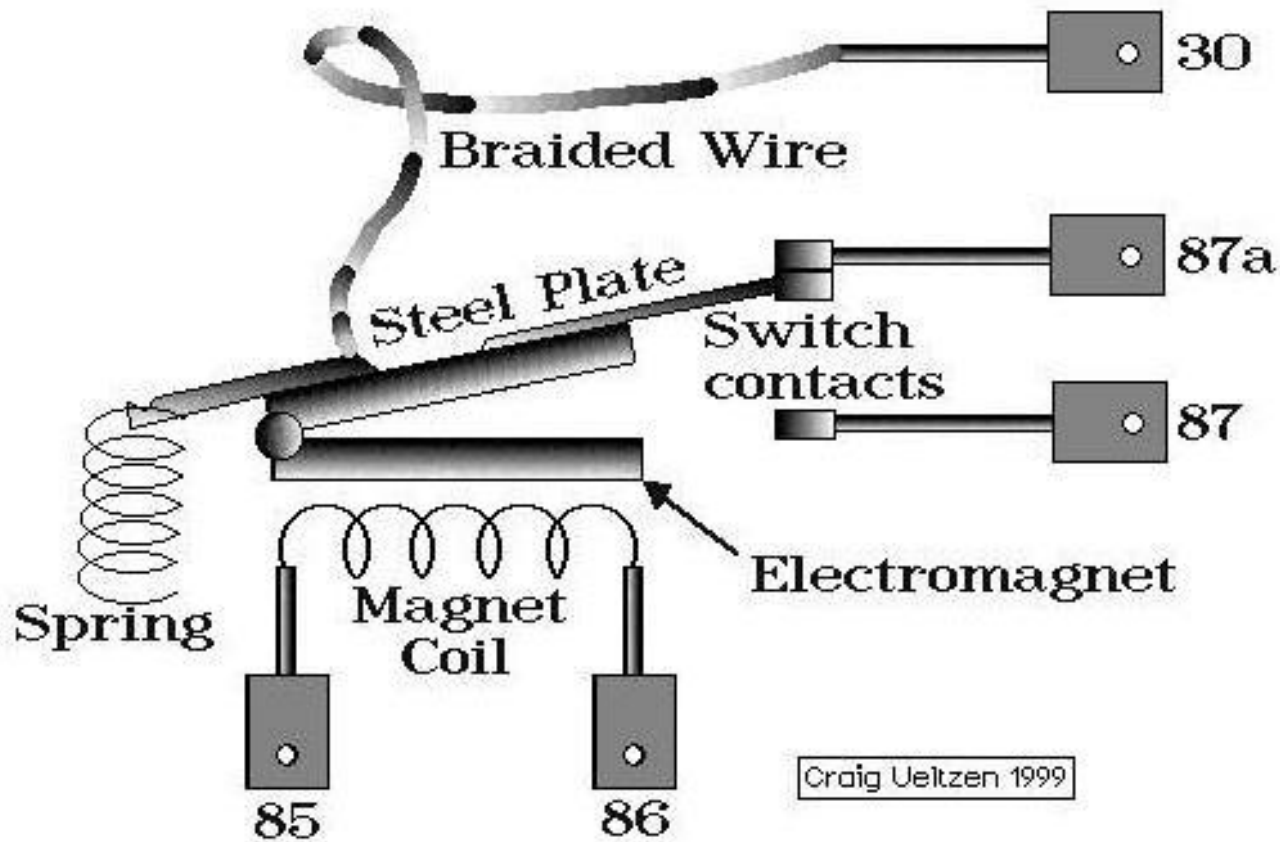
Использование логики высказываний в технике

Переключательные схемы

Переключательные схемы

В компьютерах и других автоматических устройствах широко применяются электрические схемы, содержащие сотни и тысячи переключательных элементов: реле, выключателей и т.п.

Реле



Переключательные схемы

Разработка таких схем - весьма трудоёмкое дело. Оказалось, что здесь с успехом может быть использован аппарат алгебры логики

Переключательные схемы

Переключательная схема — это схематическое изображение некоторого устройства, состоящего из переключателей и соединяющих их проводников, а также из входов и выходов, на которые подаётся и с которых снимается электрический сигнал.

Переключательные схемы

Каждый переключатель имеет только два состояния: замкнутое и разомкнутое.

Переключателю **X** поставим в соответствие логическую переменную **x**, которая принимает значение 1 в том и только в том случае, когда переключатель **X** замкнут и схема проводит ток; если же переключатель разомкнут, то **x** равен 0.

Переключательные схемы

Всей переключательной схеме также можно поставить в соответствие логическую переменную, равную единице, если схема проводит ток, и равную нулю - если не проводит.

Эта переменная является функцией от переменных, соответствующих всем переключателям схемы, и называется **функцией проводимости**.

Переключательные схемы



Схема не содержит переключателей и проводит ток всегда, следовательно $F = 1$;

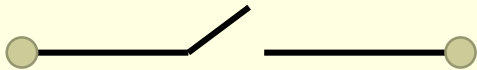


Схема содержит один постоянно разомкнутый контакт, следовательно $F = 0$;

Переключательные схемы

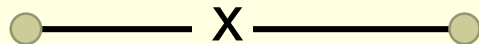


Схема проводит ток, когда переключатель x замкнут, и не проводит, когда x разомкнут, следовательно, $F(x) = x$;



Схема проводит ток, когда переключатель x разомкнут, и не проводит, когда x замкнут, следовательно, $F(x) = \bar{x}$;

Переключательные схемы



Схема проводит ток, когда оба переключателя замкнуты, следовательно, $F(x) = x \wedge y$;

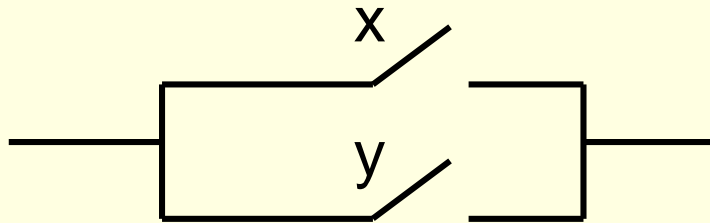


Схема проводит ток, когда хотя бы один из переключателей замкнут, следовательно, $F(x) = x \vee y$;

Переключательные схемы

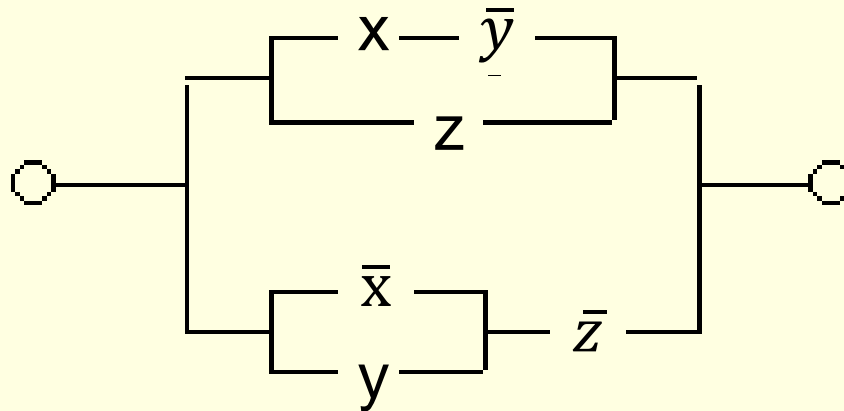
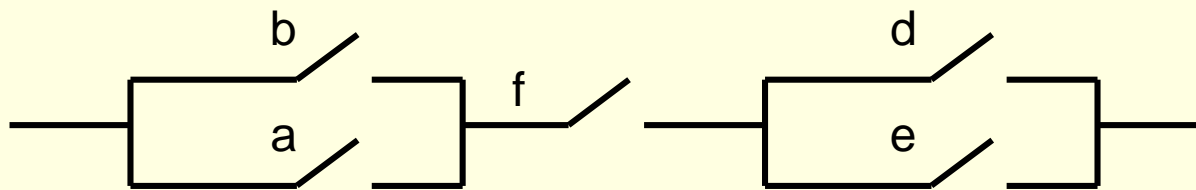


Схема состоит из двух параллельных ветвей и описывается функцией

$$F(x, y, z) = (x \wedge \bar{y}) \vee z \vee (\bar{x} \vee y) \wedge \bar{z}$$

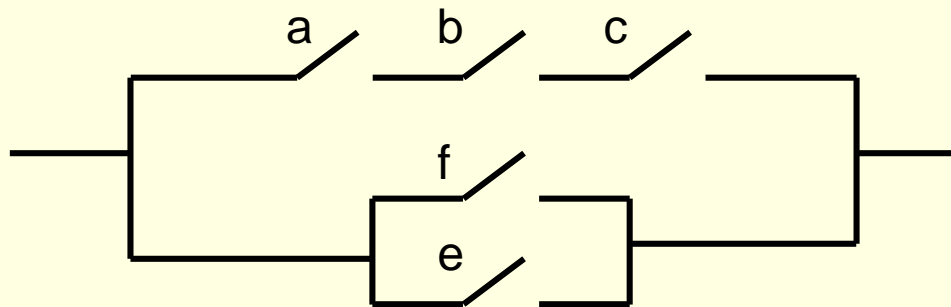
Составление схемы по формуле

1) $F(a, b, d, e, f) = (a \vee b) \wedge f \wedge (d \vee e)$



Составление схемы по формуле

$$2) F(a, b, c, e, f) = (a \wedge b \wedge c) \vee (e \vee f)$$



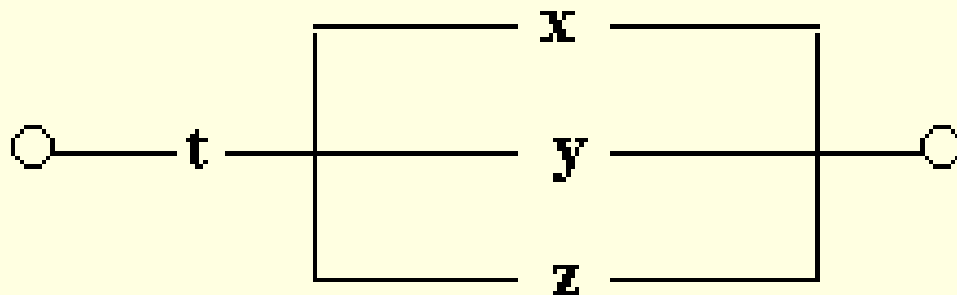
Переключательные схемы

Две схемы называются равносильными, если через одну из них проходит ток тогда и только тогда, когда он проходит через другую (при одном и том же входном сигнале).

Из двух равносильных схем более простой считается та схема, функция проводимости которой содержит меньшее число логических операций или переключателей.

Упражнение 1

Построим схему, содержащую 4 переключателя x , y , z и t , чтобы она проводила ток тогда и только тогда, когда замкнут переключатель t и какой-нибудь из остальных трёх контактов.



Упражнение 2

Построим схему с пятью переключателями, которая проводит ток в том и только в том случае, когда замкнуты ровно четыре из этих переключателей.

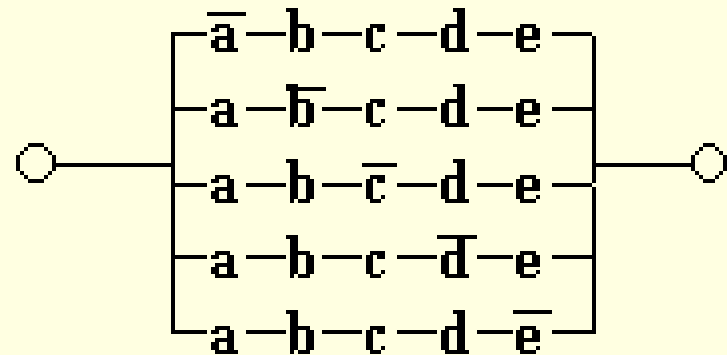
$$F(a, b, c, d, e) = \bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e \vee$$

$$a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d \wedge e \vee$$

$$a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge e \vee$$

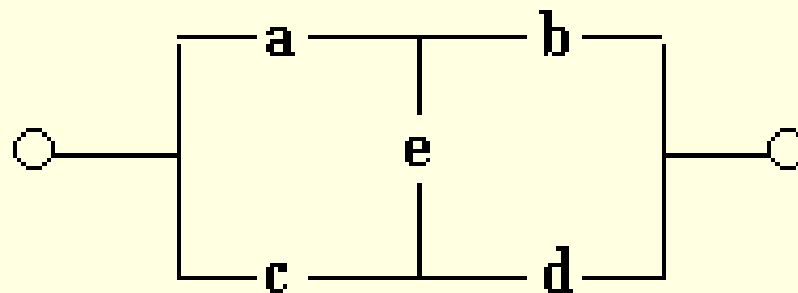
$$a \wedge b \wedge c \wedge \bar{d} \wedge e \vee$$

$$a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge \bar{e}$$



Упражнение 3

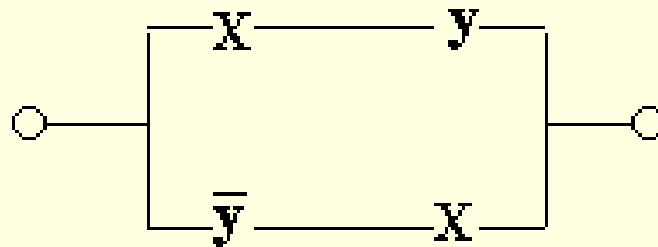
Найдем функцию проводимости схемы:



$$F(a,b,c,d,e) = a \wedge b \vee a \wedge e \wedge d \vee c \wedge d \vee c \wedge e \wedge b$$

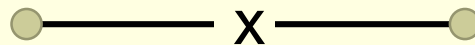
Упражнение 4

Упростим переключательную схему:



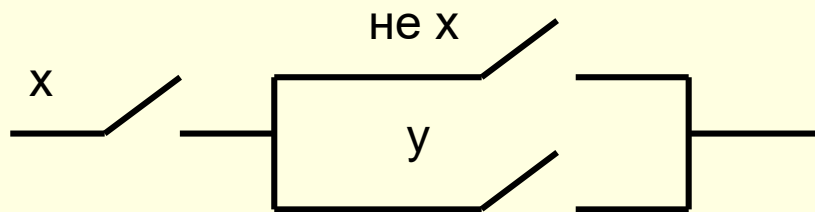
$$F(x, y) = x \wedge y \vee \bar{y} \wedge x$$

$$F(x, y) = x \wedge y \vee \bar{y} \wedge x = x \wedge (y \vee \bar{y}) = x$$



Упражнение 5

Упростим переключательную схему:



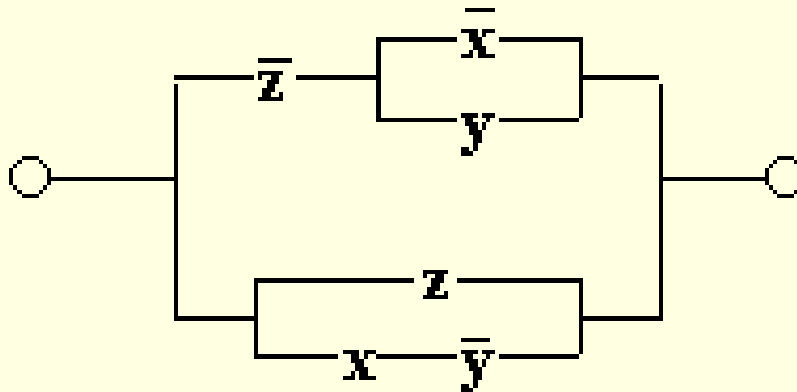
$$F(x, y) = x \wedge (\bar{x} \vee y)$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &= x \wedge (\bar{x} \vee y) = (x \wedge \bar{x}) \vee (x \wedge y) = \\ &= 0 \vee (x \wedge y) = x \wedge y \end{aligned}$$



Упражнение 6

Упростим переключательную схему:



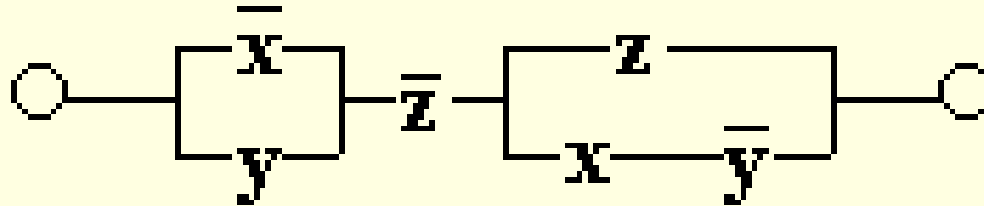
$$F(x, y, z) = \bar{z} \wedge (\bar{x} \vee y) \vee (z \vee x \wedge \bar{y})$$

Здесь второе слагаемое является инверсией первого, а дизъюнкция переменной с её инверсией равна 1.



Упражнение 7

Упростим переключательную схему:

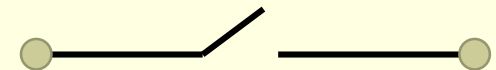


$$F(x, y, z) = (\bar{x} \vee y) \wedge \bar{z} \wedge (z \vee x \wedge \bar{y})$$

$$F(x, y, z) = (\bar{x} \vee y) \wedge \bar{z} \wedge (z \vee x \wedge \bar{y}) =$$

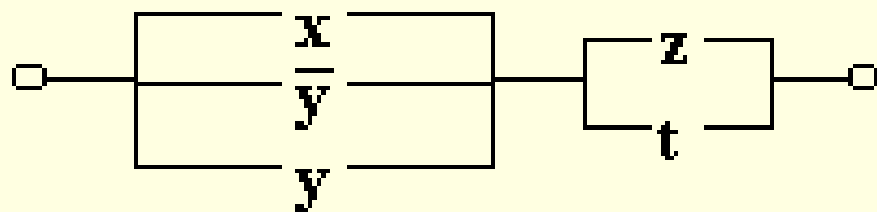
$$= (\bar{x} \vee y) \wedge \bar{z} \wedge x \wedge \bar{y} =$$

$$= (\bar{x} \vee y) \wedge \bar{z} \wedge \neg(\bar{x} \vee y) = 0$$

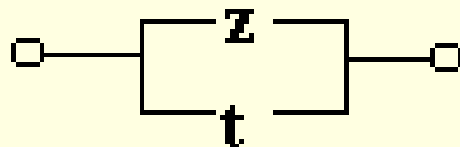


Упражнение 8

Упростим переключательную схему:

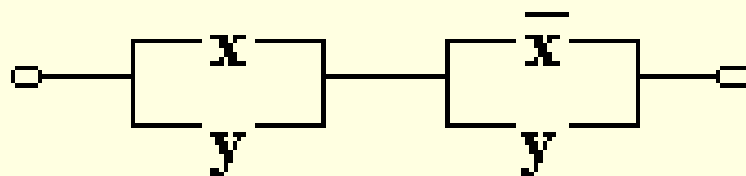


$$F(x, y, z, t) = (x \vee \bar{y} \vee y) \wedge (z \vee t)$$

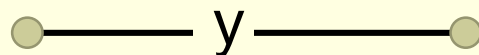


Упражнение 9

Упростим переключательную схему:

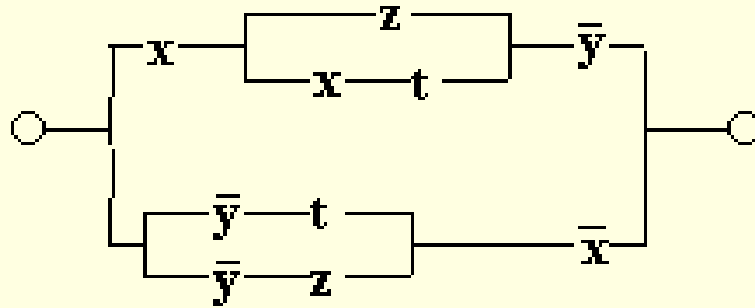


$$F(x, y) = (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y)$$



Упражнение 10

Упростим переключательную схему:



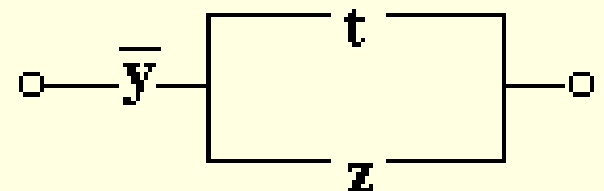
$$F(x, y, z, t) = x \wedge (z \vee x \wedge t) \wedge \bar{y} \vee (\bar{y} \wedge t \vee \bar{y} \wedge z) \wedge \bar{x}$$

$$F(x, y, z, t) = x \wedge \bar{y} \wedge z \vee x \wedge t \wedge \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{x} \wedge (t \vee z) =$$

$$= x \wedge \bar{y} \wedge (z \vee t) \vee \bar{y} \wedge \bar{x} \wedge (t \vee z) =$$

$$= (t \vee z) \wedge (x \wedge \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{x}) =$$

$$= (t \vee z) \wedge \bar{y} \wedge (x \vee \bar{x}) = (t \vee z) \wedge \bar{y}$$



Упражнение 11

Составить схему:

$$F(a,b,c) = a \wedge \bar{b} \wedge c \vee$$

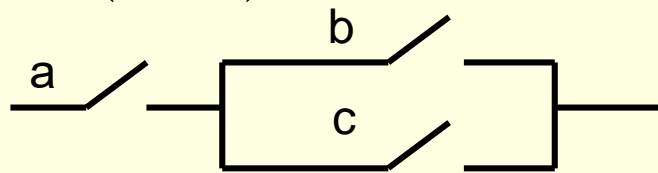
$$a \wedge b \wedge \bar{c} \vee a \wedge b \wedge c =$$

$$= a \wedge (\bar{b} \wedge c \vee b \wedge \bar{c} \vee b \wedge c) =$$

$$= a \wedge (\bar{b} \wedge c \vee b \wedge (\bar{c} \vee c)) =$$

$$= a \wedge (\bar{b} \wedge c \vee b) =$$

$$= a \wedge (c \vee b)$$



| a | b | c | F(a,b,c) |
|---|---|---|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |