Решение заданий ЕГЭ 15 на ДЕЛ

Тип	Выражение после преобразования	ищем А	Ответ
1	$\boldsymbol{A + \overline{P} + \overline{Q}}$	наибольшее	**НОК(P, Q)**
2	$\boldsymbol{A + \overline{P}\,\&\,\overline{Q}}$	наибольшее	**НОД(P, Q)**
3	$\boldsymbol{A + \overline{P} + Q}$	наибольшее	**P**
4	$\boldsymbol{\overline{A} + P\,\&\,Q}$	наименьшее	**НОК(P, Q)**
5	$\boldsymbol{\overline{A} + P + Q}$	наименьшее	**min(P, Q)**
6	$\boldsymbol{\overline{A} + \overline{P} + Q}$	наименьшее	**Q / НОД(P, Q)**
7	$\boldsymbol{A + P + Q}$		1
8	$\boldsymbol{A + P\,\&\,Q}$		1

Тип 1

Р-35 (**демо-2021**). Обозначим через **ДЕЛ (n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа А формула

¬ДЕЛ (x, А) → (ДЕЛ (x, 6) → ¬ДЕЛ (x, 9))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:
1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 6) = P, ДЕЛ(x, 9) = Q.
2. Преобразуем данное выражение:
$$\bar{A} \to (P \to \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q} = 1$$
Заметим, что $\bar{P} + \bar{Q} = \overline{P\,\&\,Q}$
Тогда имеем: $(\boldsymbol{P}\,\&\,\boldsymbol{Q}) \to \boldsymbol{A} = \boldsymbol{1}$
3. Таким образом, если число делится и на P и на Q, то оно должно делиться и на А. **Наименьшим** таким числом является **НОК(P, Q)**.
4. НОК(6, 9) = 18

Ответ: **18**

Тип 2

Р-19 (М.В. Кузнецова). *Обозначим через* **ДЕЛ(n, m)** *утверждение «натуральное число* ***n*** *делится без остатка на натуральное число* ***m****». Для какого* ***наибольшего*** *натурального числа А формула*

¬ДЕЛ(x, А) → (¬ДЕЛ(x, 21) ∧¬ ДЕЛ(x, 35))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:
1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 21) = P, ДЕЛ(x, 35) = Q.
2. Преобразуем данное выражение:
$$\bar{A} \to (\bar{P}\,\&\,\bar{Q}) = A + \bar{P}\,\&\,\bar{Q} = 1$$
Заметим, что $\bar{P}\,\&\,\bar{Q} = \overline{P + Q}$
Тогда имеем: $(\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q}) \to \boldsymbol{A} = \boldsymbol{1}$

3. Таким образом, если число делится на P или на Q, то оно должно делиться и на A. **Наименьшим** таким числом является **НОД(P, Q)**.
4. НОД(21, 35) = 7

Ответ: **7**

Тип 3

125)Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(\neg ДЕЛ(x, A) \wedge \neg ДЕЛ(x, 6)) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 3)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 6) = P, ДЕЛ(x, 3) = Q.
2. *Преобразуем данное выражение:*

$$(\bar{A} \,\&\, \bar{P}) \rightarrow \bar{Q} = \overline{(\bar{A} \,\&\, \bar{P})} + \bar{Q} = A + P + \bar{Q} = 1$$

3. Если известная часть равна 0, то A должно быть равно 1.

$$P + \bar{Q} = 0$$
$$\overline{(P + \bar{Q})} = 1$$
$$\bar{P} \,\&\, Q = 1$$

4. То есть число делится на A, если оно не делится на P, но делится на Q. Таким наибольшим числом является число Q.

Ответ: **3**

Тип 4

135)Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$ДЕЛ(x, A) \rightarrow (ДЕЛ(x, 14) \wedge ДЕЛ(x, 21))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 14) = P, ДЕЛ(x, 21) = Q.
2. *Преобразуем данное выражение:*

$$A \rightarrow (P \,\&\, Q) = \bar{A} + P \,\&\, Q = A \ \rightarrow P \,\&\, Q = 1$$

3. Получается, что если число делится на A, то оно делится и на P, и на Q.
4. Таким **наименьшим** числом является **НОК(P, Q)**.
5. НОК(14, 21) = 42

Ответ: **42**

Тип 5

Р-20 (М.В. Кузнецова). *Обозначим через* **ДЕЛ(n, m)** *утверждение «натуральное число* ***n*** *делится без остатка на натуральное число* ***m****». Для какого* ***наименьшего*** *натурального числа A формула*

ДЕЛ(x, A) → (ДЕЛ(x, 21) + ДЕЛ(x, 35))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 21) = P, ДЕЛ(x, 35) = Q.

2. Преобразуем данное выражение:
$$A \to (P + Q) = \bar{A} + P + Q = 1$$
3. Если известная часть равна 0, то $\bar{A} = 1$, тогда A будет равно 1, когда известная часть равна 1.
$$P + Q = 1$$
Таким образом, любое число должно делиться на A, если оно делится на P **или** на Q. **Наименьшим** таким числом является минимальное из P и Q.
4. min(21, 35) = 21

Ответ: **21**

Тип 6

Р-17. *Обозначим через* **ДЕЛ(n, m)** *утверждение «натуральное число* ***n*** *делится без остатка на натуральное число* ***m****». Для какого* ***наименьшего*** *натурального числа А формула*

ДЕЛ(x, A) → (¬ДЕЛ(x, 21) + ДЕЛ(x, 35))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:
1. Введем обозначения: ДЕЛ(x, A) = A, ДЕЛ(x, 21) = P, ДЕЛ(x, 35) = Q.
2. Преобразуем данное выражение:
$$A \to (\bar{P} + Q) = \bar{A} + \bar{P} + Q = 1$$
3. Если известная часть равна 0, то $\bar{A} = 1$, тогда A будет равно 1, когда известная часть равна 1. То есть число делится на A, если оно делится на 35, но не делится на 21.
4. Число делится на 35, если оно делится и на 5, и на 7. Чтобы оно при этом делилось на 21, оно должно делиться не только на 7, но и на 3.
5. Число 7 является общим сомножителем чисел 21 и 35, поэтому для поиска наименьшего A мы его не учитываем. Значит, наименьшее A равно 5.
6. Таким образом, ответом является результат деления Q на НОД(P, Q).
7. 35 / НОД(21, 35) = 35 / 7 = 5

Ответ: **5**

Для работы: задачи из файла Полякова:

Тип	Номера
1	120, 121, 122, 123, 124
2	132, 133
3	125, 126, 128
4	135, 136, 137
5	127, 129, 130
6	131, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146